

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБА ПОСЛЕ РЕСТАВРАЦИИ КАРИОЗНЫХ ПОЛОСТЕЙ

**М. С. Ефремов, Т. Л. Рединова, А. А. Тимофеев,
Т. Ю. Метелева, Ю. Н. Наймушин, Ю. К. Шелковников**
Институт прикладной механики УрО РАН
г. Ижевск

Возникновение собственных напряжений в зубе после реставрации кариозных полостей приводит к образованию трещин дентина и эмали, нарушению краевого прилегания пломбы, рассасыванию и выпадению пломбировочного материала. Это обуславливает необходимость изучения соотношения механических свойств пломбировочного материала и зуба для обеспечения их надежного и долговечного соединения. Теоретические исследования надежности пломбирования целесообразно проводить на математической модели механического поведения зуба с пломбой при воздействии жевательного усилия. При моделировании будем рассматривать зуб как упругое деформируемое тело простой формы (содержащее сквозное упругое включение диаметром d) при статическом нагружении равномерно распределенным усилием P (рисунок 1).

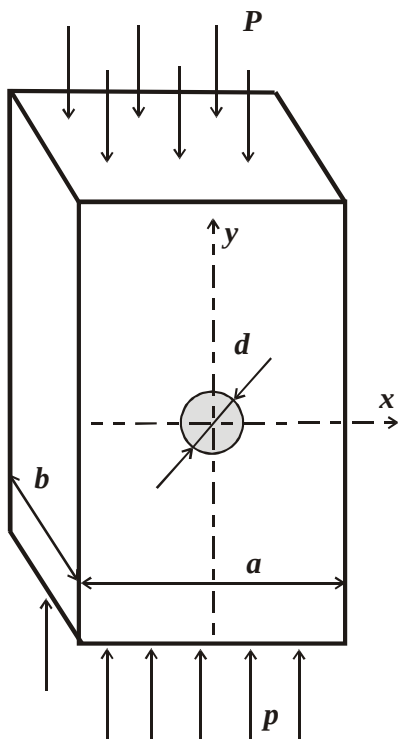


Рисунок 1 – Расчетная схема пломбы

В случае, когда упругие характеристики материала включения отличаются от упругих характеристик основного материала, в окрестности включения напряжения распределяются неравномерно и возникает концентрация напряжений. В области контакта возникают местные напряжения, более высокие по сравнению с номинальными напряжениями:

$$\sigma_{YM} = \alpha \sigma_{YHOM} . \quad (1)$$

При этом для определения локального напряжения необходимо знать коэффициент концентрации напряжений α . Значения этого коэффициента могут определяться как экспериментальным, так и теоретическим путем. В настоящее время имеется мало данных о концентрации напряжений в пломбировочных материалах. Поэтому представляется целесообразным применение приближенных численных методов (например, метода конечных элементов) для исследования напряженного состояния зубов при наличии в них пломб. При использовании метода конечных элементов расчетная область разбивается на связанные между собой конечные элементы (КЭ) [1]. В ходе построения сетки КЭ учитывается симметрия и рассматривается только четверть расчетной области (рисунок 2). Для повышения точности расчетов сетка сгущается вблизи границы АВ контакта основного материала 1 и включения 2. Учитывая постоянство нагрузок, размеров тела и свойств материалов в перпендикулярном к плоскости xy направлении, можно рассмотреть задачу в плоской постановке. Примем толщину конечно-элементной модели намного меньшей размеров тела a, b . Подобная модель может быть использована для исследования поверхностных слоев зуба, более твердых и прочных, чем внутренние рыхлые слои. Основными напряжениями при такой постановке являются нормальные напряжения σ_x, σ_y в направлениях осей x, y соответственно, и касательное напряжение τ , действующее в плоскости модели. Указанная модель является приближенной вследствие её конечной толщины, и получаемые напряжения – усред-

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБА ПОСЛЕ РЕСТАВРАЦИИ КАРИОЗНЫХ ПОЛОСТЕЙ

ненными по отношению к действительным. Большое значение имеют граничные условия задачи, задаваемые в перемещениях. Предусматриваются условия закрепления, обеспечивающие эквивалентность КЭ-модели с исходной расчетной схемой: на оси x запрещаются перемещения в направлении оси y , на оси y – перемещения в направлении оси x . Правая и верхняя стороны контура расчетной области свободны от закреплений.

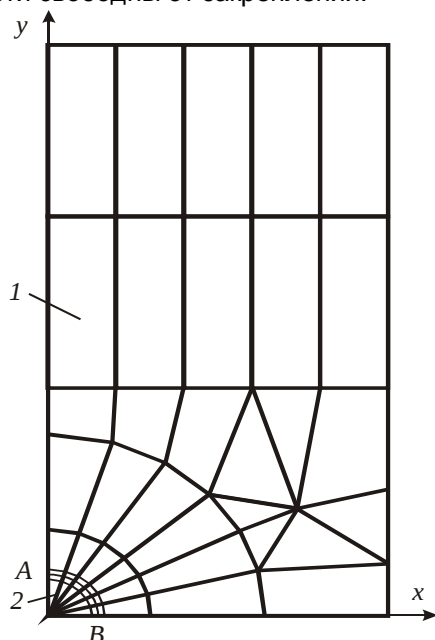


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель

Общее уравнение метода конечных элементов записывается в матричной форме следующим образом:

$$[K]\{u\} = \{F\}, \quad (2)$$

где $[K]$ – матрица жесткости; $\{u\}$ – вектор узловых перемещений, $\{F\}$ – вектор нагрузок. Матрица жесткости всей модели находится суммированием матриц жесткости отдельных конечных элементов (N – число конечных элементов):

$$[K] = \sum_N [k]^T, \quad (3)$$

где матрица жесткости отдельного конечного элемента определяется интегрированием по его объему

$$[k]^T = \int [B]^T [D] [B] dV. \quad (4)$$

В последнем выражении $[B]$ – известная из теории упругости матрица дифференцирования перемещений; $[D]$ – матрица упругости, содержащая упругие характеристики мате-

риала (модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν)

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

При формировании матриц жесткости конечных элементов в процессе расчетов модуль упругости основного материала (зуба) остаётся постоянным, а модуль упругости включения (пломбы) варьируется.

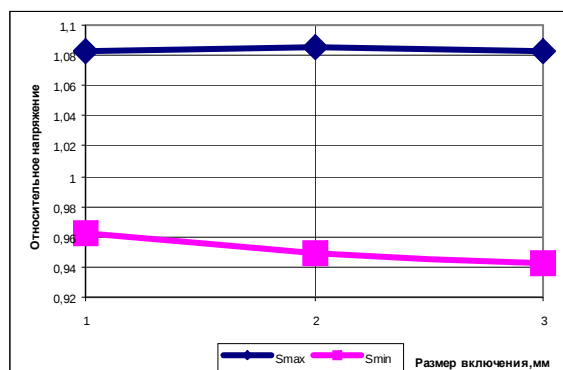
Рассматриваются следующие расчетные случаи:

- а) пломба жестче зуба;
- б) пломба и зуб имеют одинаковую жесткость;
- в) зуб жестче пломбы.

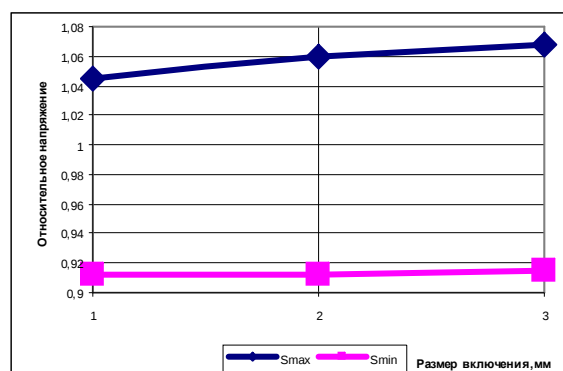
После вычисления матрицы жесткости всей системы матричное уравнение метода конечных элементов решается известными методами и определяются перемещения, деформации и напряжения в узловых точках конечных элементов.

При решении плоской задачи теории упругости с помощью метода конечных элементов определены механические напряжения в соединении основного материала и включения. Исследовано изменение напряжений для различных соотношений модулей упругости зуба и пломбировочного материала.

Рассмотрены варианты «жесткой» пломбы (модуль упругости включения больше модуля упругости основы) и, соответственно, «мягкой» пломбы. Решены задачи для квадратной расчетной области с размерами 10×10 мм и толщиной 1 мм и с расположенным на осях симметрии включением круглой или квадратной формы размером 1-3 мм. Расчетная область на нижней грани жестко закреплена, на верхней грани нагружена статической распределенной нагрузкой с равнодействующей величиной 100 Н, имитирующей жевательное усилие. В результате расчетов определены номинальное, максимальное и минимальное эквивалентные напряжения. Вычислены относительные напряжения как отношение действующего напряжения к номинальному. На рис.3 показано влияние размера круглого включения на относительные максимальное и минимальное эквивалентные напряжения, возникающие вблизи области контакта основы и включения. Для «жесткой» пломбы отношение модулей упругости включения и основы составляет $E_2/E_1 = 1,14$, для



а)



б)

Рисунок 3 – Изменение напряжений в зависимости от размера включения:
а – для «жесткой пломбы» круглой формы;
б – для «мягкой» пломбы

«мягкой» пломбы $E_2/E_1=0,86$. Индекс 1 относится к основе, индекс 2 – к включению.

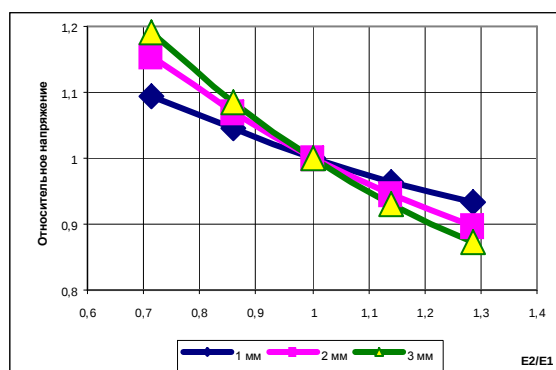
Следует отметить, что большее напряжение возникает в том элементе расчетной области, у которого модуль упругости больше.

Для круглого включения определено влияние отношения модулей упругости включения и основы на величины напряжений. Результаты приведены на рис.4.

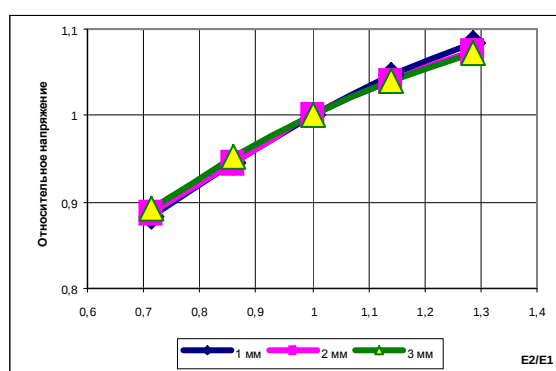
Анализ рисунков 3-4 показал, что влияние модуля упругости на распределение напряжений является наиболее существенным фактором как качественно, так и количественно. Для «мягких» пломб наибольшую нагрузку испытывает зуб, для «жестких» пломб наиболее нагруженной является пломба.

Распределение контактных напряжений для «жесткого» включения квадратной формы показано на рисунке 5.

В целом, можно сделать вывод, что наиболее существенным из рассмотренных факторов, влияющим на напряженно-деформированное состояние пломбированного зуба, является соотношение модулей



а)



б)

Рисунок 4 – Изменение напряжений в зависимости от отношения модулей упругости для пломбы круглой формы:
а – для основы; б – для включения

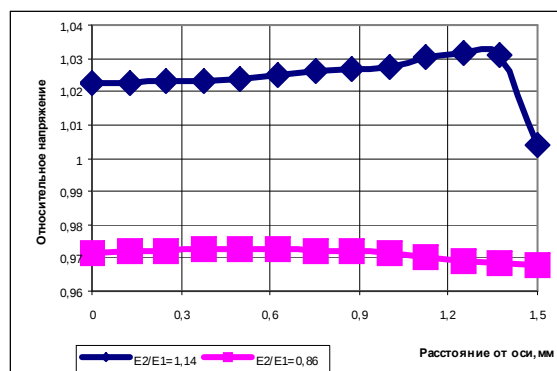


Рисунок 5 – Распределение эквивалентных напряжений на контактной поверхности квадратного включения размером 3 мм в зависимости от расстояния до оси симметрии

упругости материала зуба и пломбировочного материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 539с.